

EQUÍVOCOS DA ENTROPÍA EN TERMODINÁMICA, COSMOLOXÍA E BIOLOXÍA

ARMESTO RAMÓN, CONSTANTINO

Introdución

A entropía é unha magnitude física ligada ao segundo principio da termodinámica; principio que testemuña que os procesos naturais son irreversibles: ningún viu o suceso contrario a un prato roto, a un ovo batido ou a unha explosión; a segunda lei establece que a entropía dun sistema illado nunca decrece, no mellor dos casos permanece invariable, habitualmente aumenta. Cabe argumentar que é a lei física que máis se usa fóra da física; non obstante, cométese algúns erros no seu uso: concretamente, ao facer cálculos termodinámicos en procesos irreversibles, ao identificar a entropía coa desorde, ao esquecerse que a información consume entropía, en fenómenos astronómicos nos que debe terse en conta a gravidade e nos seres vivos. Os estudantes de ciencias estudan por primeira vez este fundamental concepto no bacharelato (16-18 anos); o seu significado debe ser ben matizado para que, en cursos superiores, preconceptos erróneos non obstaculicen a súa plena comprensión. Vou comentar cada unha das fontes de erro con máis detalle.

Definición operacional de Clausius: idear procesos reversibles para facer cálculos nos procesos irreversibles

En 1850, Rudolf Clausius, como consecuencia dos estudos sobre máquinas térmicas, introduciu o nome de entropía para designar unha magnitude que permite calcular a cantidade de enerxía térmica que non se pode converter en traballo, dito doutro xeito que mide a calidade da enerxía (Atkins e de Paula, 2015). A súa variación durante un proceso reversible exprésase simbolicamente como $dS = dQ/T$ (sendo S a entropía, Q a calor intercambiada e T a temperatura absoluta).

Como avaliar o cambio de entropía se o proceso é irreversible? Para facelo, debe recordarse que a entropía é unha función de estado e que, polo tanto, só depende dos estados inicial e final, e non do tipo de proceso, reversible ou irreversible, que experimenta o sistema. Hai que idear, entón, un camiño alternativo reversible para pasar dos mesmos estados inicial e final que durante o proceso irreversible, e facer os cálculos nel (Moore, 1978; Atkins e de Paula, 2008).

Definición estatística de Boltzmann: a entropía non é sinónimo da desorde

En 1877 Ludwig Boltzmann definiu a entropía como $S = k \cdot \ln W$ (onde W é o número de estados de enerxía dos compoñentes moleculares dun sistema e k é a constante de Boltzmann). Considerando que o estado de equilibrio estatístico corresponde á W máis probable, ou sexa á W máxima, concluímos que a entropía dun sistema illado en equilibrio estatístico ten o valor

máximo posible. En consecuencia, os únicos procesos que poden acontecer nun sistema illado (no que o volume permanece invariable) despois de alcanzar o equilibrio estatístico deben ser compatibles co requisito de que $dS = 0$, ou sexa serán procesos reversibles. Por outra parte, se o sistema illado non está en equilibrio evolucionará espontaneamente aumentando a súa entropía, cara ao estado no que W sexa máis probable, ou sexa W sexa máxima. A entropía, entón, describe a tendencia natural de calquera sistema a evolucionar cara á distribución máis probable, ou sexa cara ao equilibrio estatístico. Unha vez que se recoñeceu como máis fundamental o enfoque molecular dos procesos termodinámicos, a definición de Boltzmann da entropía fíxose máis relevante dende o punto de vista teórico que a de Clausius. De acordo coa nova definición de entropía, os procesos que son máis probable que acontezan nun sistema illado son aqueles para os que $dS \geq 0$, valendo a igualdade para un proceso reversible e a desigualdade para o proceso irreversible. O enunciado da segunda lei da termodinámica queda entón deste xeito: nun sistema illado, os procesos que poden acontecer son aqueles nos que a entropía ou aumenta ou permanece constante (Alonso e Finn, 1976).

A complexidade da definición de Boltzmann é tal que aínda hoxe, máis dun século despois, se seguen investigando as súas consecuencias. Probablemente o lector asociará a entropía á desorde, e acerta case sempre, porque o aumento de entropía en moitos fenómenos, vai paralelo ao aumento da desorde: así sucede cando un gas se expande, un sólido fónnese ou un ovo bátese. É a entropía, entón, sinónimo da desorde?

A definición de Boltzmann é máis refinada do que creamos; a entropía non se identifica coa desorde necesariamente, porque poden crearse estruturas ordenadas e simultaneamente aumentar a entropía.

Imaxinemos un gas composto por esferas macizas inertes que, como non se atraen, non poderían cristalizar, a menos que a entropía do sólido fose maior que a do gas; pero, podería un sólido (supostamente ordenado) ter máis entropía que un gas (supostamente desordenado)? Os colleiteiros de laranxas teñen a resposta. A análise xeométrica do amoreamento de (N) esferas nun volume (V) proporciónanos un resultado inesperado, pois nos mostra que o volume accesible a cada esfera (diferente do volume medio) é maior se están empaquetadas que se están desordenadas:

1. No caso de esferas separadas (distancia de separación entre os centros das esferas superior ao dobre do seu diámetro). O volume accesible (V_a) a cada esfera é: $V_a / N = V / N - V_e / N$
2. No caso de esferas xuntas (distancia de separación entre os centros das esferas inferior ao dobre do seu diámetro). O volume accesible (V'_a) a cada esfera é: $V'_a / N = V / N - V'_e / N$

(V_e , V'_e volumes de exclusión; definidos como a esfera imaxinaria -de raio = diámetro da esfera- arredor de calquera esfera na que non pode haber un centro doutra esfera).

No segundo caso as esferas de exclusión solápanse, por iso diminúe o volume de exclusión e , en consecuencia, o volume accesible a cada esfera aumenta.

O volume accesible depende, polo tanto, da cantidade de solapamento das esferas; pode suceder, e de feito acontece, que na fase empaquetada o solapamento sexa menor que na fase fluída, e polo tanto o seu volume accesible sexa maior. Maior volume accesible a cada esfera significa un maior número de estados nos que pode colocarse, logo a fase ordenada ten maior entropía. As esferas macizas ordénanse para gañar volume accesible, unha transición na que aumentan simultaneamente a orde e a entropía (Cuesta, 2006).

Nas interaccións hidrófobas das micelas, bicapas e liposomas non hai atraccións: hai efecto entrópico

Existen outros fenómenos onde tamén pode observarse que a aparente ganancia de orde transcorre con aumento de entropía. Todas as moléculas ou ións en solución acuosa interfíren cos enlaces hidróxeno dalgúñas moléculas de auga. Os ións que abandonan unha rede iónica e disólvense en auga adquiren maior liberdade de movemento, en consecuencia aumenta a entropía; non sucede o mesmo na dispersión de solutos hidrófobos: descende a entropía. As moléculas de auga na inmediata veciñanza dun soluto apolar teñen restrinxidas as súas posibles orientacións; xa que forman unha capa en forma de gaiola de moléculas de auga moi ordenadas ao redor de cada molécula de soluto. O número de moléculas de auga ordenadas e por tanto o descenso de entropía é proporcional á área do soluto hidrófobo rodeado pola gaiola de moléculas de auga.

Os compostos anfipáticos -algúns lípidos e deterxentes- conteñen rexións polares e apolares. Cando se dissolve tal composto a rexión polar interactúa coas moléculas de auga, en cambio a rexión apolar tende a evitar o contacto coas moléculas de auga; estas rexións agrúpanse para presentar a menor superficie ás moléculas de auga, aquelas dispóñense para maximizar o seu contacto coas moléculas de auga. O termo interaccións hidrófobas -como as que se presentan nas micelas, nas bicapas ou nos liposomas (vesículas)- pode ser confuso porque non se debe a ningunha atracción entre as rexións apolares. As interaccións hidrófobas son o resultado do aumento de entropía, son un efecto entrópico debido á necesidade de minimizar o número de moléculas de auga ordenadas que rodean as rexións hidrófobas do soluto. Parte da forza impulsora da unión dun encima ao seu substrato, ou dunha hormona ou dun neurotransmisor ao seu receptor procede da rotura da orde entre as moléculas de auga; a entropía aumenta cando a unión do encima co substrato despraza as ordenadas moléculas de auga do substrato e da superficie do encima (Nelson e Cox, 2019).

O demo de Maxwell: as máquinas de movemento perpetuo non existen

En 1871, James Maxwell suxeriu que unha criatura suficientemente pequena que puidese ver e manexar moléculas individuais se acharía exenta de cumprir a segunda lei da termodinámica; sería capaz de crear diferenzas de temperatura nun sistema sen realizar traballo: "Se concibimos un ser cuxas facultades estean tan desenvolvidas que poida seguir a traxectoria de todas as moléculas, esta criatura, cuns atributos que non se saíran do noso dominio finito, sería capaz de facer o que actualmente nos é imposible realizar a nós mesmos. Viuse que as moléculas encerradas nun recipiente cheo de aire a temperatura uniforme se moven con velocidades que non son uniformes en absoluto... Supoñamos agora que dividimos o recipiente en dúas metades, A e B, mediante unha parede na que abrimos un pequeno orificio, e que este ser, que pode ver ás moléculas unha a unha, abre e pecha o burato e deixa pasar, de A a B, só as máis rápidas e de B a A, as máis lentas. Procedendo deste modo, sen consumir traballo, eleva a temperatura de B e baixa a de A, en contradición coa segunda lei da termodinámica". Este ser non tardou en converterse no demo de Maxwell, tendo en conta os efectos subversivos que as súas actividades implicaban. Para salvagardar a segunda lei, os físicos avanzaron diversas razóns polas que o demo non podería actuar como Maxwell o describiu, pero case todos os argumentos fracasaron. A resposta correcta, a razón pola que o demo non viola a segunda lei, descubriuse recentemente grazas ao estudo dos requirimentos enerxéticos dos ordenadores. Para observar a unha molécula o demo debe esquecer os resultados das observacións que lle precederon e iso ten un custo termodinámico; noutras palabras, durante o proceso de adquirir información o aumento da entropía supera á entropía perdida (Bennett, 1988).

Como afecta a gravidade á entropía?

A escala humana, o gas emitido por un vehículo espacial disíbase no espazo; a escala astronómica, unha nube de gas con suficiente masa condénsase nunha estrela. A evolución do sistema depende de se podemos, ou non, ignorar a gravidade: un gas, para o que a gravidade é desprezable, colocado nunha esquina dun recipiente distribúese de xeito homoxéneo en todo o recipiente debido ás súas colisións intermoleculares; en cambio, un gas gravitante -un sistema estelar- fará o contrario, unha configuración uniforme inicial tenderá a agruparse a medida que as estrelas se aproximen unhas a outras e se organicen en cúmulos e galaxias ata transformarse en buratos negros. En sistemas non gravitacionais (co volume invariable) baixa entropía adoita indicar complexidade e alta entropía simplicidade, coa gravidade acontece o contrario: baixa entropía indica partículas espaxadas, alta entropía partículas agrupadas. A evolución dun gas - e o aumento da súa entropía - resulta peculiar cando actúa a gravidade e o volume expándese: o gas inicial, homoxeneamente disperso, colapsará nun burato negro, que se evaporará noutro gas que terá unha entropía maior a medida que aumenta o volume no que permanece (Carroll, 2008).

En presenza de buratos negros a segunda lei da termodinámica (a entropía nunca decrece) aparentemente non se cumpre: parece que, cando un obxecto desaparece no burato negro, a entropía diminúe. Debe conxecturarse entón que o burato negro ten entropía; entropía que resulta ser igual a k (constante de Boltzmann) veces a cuarta parte da área do seu horizonte de sucesos expresada en unidades de Planck ($h \cdot G \cdot c^{-3} = 10^{-70} \text{ m}^2$; h constante reducida de Planck, G constante da gravitación universal, c velocidade da luz no baleiro). No colapso dunha estrela cúmprese entón a segunda lei: a entropía do burato negro supera a entropía da estrela. Ao incorporar a gravidade, a segunda lei establece que a suma da entropía do burato negro e da entropía fóra del non pode decrecer (Bekenstein, 2003).

Stephen Hawking (Hawking, 1977) demostrou que un burato negro emite espontaneamente partículas e radiación (radiación de Hawking) coma se fose un corpo quente ordinario cunha temperatura que é inversamente proporcional á súa masa; a medida que emite partículas, a masa e tamaño do burato negro diminúen ata que, co tempo, todo burato negro se evaporará (de tamaño solar tardará arredor de 10^{66} anos). Na evaporación cúmprese a segunda lei, pois a entropía da radiación emerxente compensa a mingua de entropía do burato negro.

Cosmoxía e entropía

O papel que desempeña a entropía na cosmoxía é un tema controvertido. Pódese definir a entropía do universo? Son aplicables os modelos termodinámicos ao universo? Pódense conciliar os efectos cuánticos (a densidade de enerxía do baleiro) cos modelos termodinámicos? A pesar das numerosas dúbidas vou comentar algúns aspectos da entropía ao comezo do universo e ao final:

1º. Comezo. Se o universo naceuse nun estado de equilibrio e alta entropía, non habería estrelas, planetas nin vida: estamos aquí debido á baixa entropía cósmica inicial. A hipótese tradicional establece que o universo comezou (Big-Bang) nun estado de entropía mínima, que dende entón aumenta. A hipótese tradicional pode modificarse: o universo comezou nun estado de máxima entropía, a entropía diminuíu ata un mínimo durante a inflación, dende entón a entropía aumenta. Antes da inflación, se a densidade de enerxía do universo é moi baixa e pode ser tratado como un sistema non gravitacional, o universo encontraríase nun estado no que a enerxía estaría distribuída uniformemente: un estado de equilibrio térmico e de entropía máxima. Despois da inflación, a entropía do gas gravitacional, cuxa enerxía está uniformemente distribuída, é menor

que a entropía do mesmo gas cando a materia colapsa en buratos negros; polo tanto o sistema non está en equilibrio termodinámico e a súa entropía aumenta (Carroll, 2008).

Steven Weinberg (Weinberg, 1984) considera que, aínda que o universo nunca estivo en equilibrio térmico, pois está a expandirse, o universo primitivo evolucionou dun estado de (case) equilibrio térmico a outro. A 3000 K (400 000 anos de idade) os electróns combináronse cos núcleos (recombinación) para formar átomos; a desaparición dos electróns impediu o contacto térmico entra a radiación e a materia (desacoplamento) o que significou a rotura do equilibrio entre elas. O fondo cósmico de microondas (FCM) é unha herdanza desa época. Se o estado de equilibrio fose perfecto, a entropía do cosmos sería máxima; non obstante, o cosmos primitivo nunca estivo en equilibrio perfecto; que a entropía do universo non fose máxima proporcionou a posibilidade do colapso gravitacional, da diferenciación da materia en galaxias, estrelas e planetas; posibilidade que permitiu a aparición da vida.

2º. Final. A materia do universo contemporáneo concéntrase en estrelas, galaxias e cúmulos de galaxias, que colapsarán en buratos negros. Os buratos negros supermasivos de masa galáctica (10^{11} masas solares) evaporaranse 10^{100} anos despois do Big-Bang, debido á radiación de Hawking: aumenta a entropía, polo menos, ata ese tempo. Despois, o universo consistirá nun gas diluído de fotóns e leptóns; a actividade diminuirá drasticamente e as escalas de tempo volveranse extremadamente longas. E despois? A produción de entropía cesa, a entropía alcanza un máximo, establécese un estado de equilibrio térmico (morte térmica). A morte térmica é un posible destino final do universo: un estado de falta de enerxía útil e polo tanto un estado no que non é posible a vida; a morte térmica non implica unha temperatura en particular, só require que as diferenzas de temperatura non poden ser usadas para facer un traballo útil. William Thomson (Lord Kelvin), en "On a Universal Tendency in Nature to the Dissipation of Mechanical Energy" (1852), propuxo por primeira vez a hipótese da morte térmica do universo (Holton, 1979). James Jeans, na primeira metade do século XX, describiuna: "Así pois, independentemente de todas as consideracións astronómicas, o principio físico xeral denominado segunda lei da termodinámica predí que o universo só pode ter un fin, unha "morte térmica" na que a enerxía universal se ache distribuída uniformemente e toda a materia do universo se ache á mesma temperatura. Esta temperatura sería tan baixa que faría a vida imposible".

Dúbidas. Temos pouca comprensión do por que a entropía inicial é baixa e da relación entre a gravidade e a entropía. Tentamos definir a entropía máxima do universo porque a brecha entre a entropía máxima do universo e a súa entropía real é unha medida da enerxía libre que queda para impulsar os procesos. (Lineweaver, 2014) No modelo dun universo en expansión, a entropía aumenta, pero a entropía máxima aumenta máis rapidamente: o desaxuste da entropía (Entropy Gap), definido como a diferenza entre a entropía máxima do universo e a súa entropía nun mesmo instante, desvía ao universo do equilibrio e afástao da morte térmica. O universo podería comezar nun estado de equilibrio (a entropía coincidía coa entropía máxima, e ambas as dúas tiñan un valor mínimo); dende entón ambas as dúas entropías aumentan, pero a diferente ritmo; se a velocidade de expansión do universo é superior á velocidade coa que enerxía e materia alcanzan o equilibrio, a entropía cósmica máxima será sempre superior á entropía cósmica: o universo xamais se volverá encontrar en estado de equilibrio.

A entropía actual do universo observable pode calcularse. A entropía dos buratos negros domina o balance de entropía do universo; na táboa 1 (Egan e Lineweaver, 2010) aparecen as entropías dos compoñentes do universo observable; a súa suma é igual a $3,1 \cdot 10^{104}$ k (k constante de Boltzmann). Compárese o valor anterior coa entropía do horizonte de sucesos cósmico do universo observable actual $2,6 \cdot 10^{122}$ k (radio do universo observable $H_0^{-1} \cdot c$, H_0 constante de Hubble, c velocidade da luz).

Táboa 1. Entropías dos compoñentes do universo observable

Compoñentes do universo observable	Contribución á entropía do universo observable (k)
Buratos negros supermasivos	3.10^{104}
Buratos negros estelares	$5,9.10^{97}$
Fotóns do fondo cósmico	$5,4.10^{89}$
Neutrinos do fondo cósmico	$5,1.10^{89}$
Materia escura WIMP	2.10^{88}
Gravitóns do fondo cósmico	$6,2.10^{87}$
Barións do medio interestelar e do medio intergaláctico	$7,1.10^{81}$
Estrelas	$9,5.10^{80}$
Resto de fotóns incluíndo a luz das estrelas e a radiación emitida polo medio interestelar	$< 10^{86}$
Compoñentes provisionais (a súa existencia é especulativa)	
Buratos negros de masa intermedia en galaxias	10^{106}
Buratos negros estelares de masas moi elevadas	3.10^{99}

Vida e entropía en sistemas abertos

Recordemos que a segunda lei establece que, nun sistema illado, a entropía permanece invariable nun proceso reversible ou aumenta nun proceso irreversible. Se o sistema non está illado, a súa entropía pode diminuír, debido á interacción con outros sistemas cuxa entropía tamén debe cambiar; pero a cantidade total do cambio debe ser igual ou maior que cero. A pesar dos seus éxitos empíricos, a segunda lei parece paradoxal; que os sistemas tendan á súa degradación resulta estraño pois na natureza achamos numerosos exemplos -os seres vivos- onde en vez de desorganización observamos auto-organización; non obstante, non deberían sorprendernos as contradicións se consideramos que o tempo non desempeña función na termodinámica, ao contrario que na natureza, onde todo se encontra nun estado de fluxo. A termodinámica clásica, rigorosamente falando, só se aplica aos sistemas que se encontran en estados de equilibrio (estados de entropía máxima). Que significa estado de equilibrio? Estamos tentados de dicir que se trata dun estado invariante no tempo; pero iso induciría ao erro, pois os estados dun sistema invariantes no tempo non sempre son equilibrios; sono cando o sistema é pechado (non

intercambia materia, pero si enerxía co exterior) ou illado (non intercambia materia nin enerxía co exterior); pero non o son cando se trata de sistemas abertos (intercambian materia e enerxía co exterior), neste último caso trátase de estados estacionarios. En ambos os dous casos as magnitudes observables do sistema permanecen inalteradas. Se desexamos aplicar a termodinámica a sistemas vivos temos que considerar que se trata de sistemas abertos, e por iso, a termodinámica ordinaria -do equilibrio- non é capaz de describilos, necesitamos aplicar a termodinámica dos procesos irreversibles ou termodinámica do non equilibrio (Campbell, 1974).

Por que case todas as deducións das tres leis da termodinámica se dedican case exclusivamente a estados de equilibrio? Despois de todo, as leis son universalmente válidas; non están restrinxidas aos estados de equilibrio. A razón é que, mentres algunhas magnitudes (volumen, masa, cantidade de substancia, concentración ou enerxía interna) poden usarse para describir tanto estados en equilibrio como estados en ausencia del, outras (como a temperatura), esenciais para a descrición dos sistemas, se definiron só para estados de equilibrio. Para salvar as dificultades que se presentan cando os sistemas non están en equilibrio e facer cálculos neles hase de introducir o postulado do equilibrio local (un sistema pode non estar en equilibrio, pero as pequenas porcións en que poidamos dividilo si poden estarlo), que nos permite medir magnitudes nun sistema no que acontecen procesos irreversibles (Lars Onsager mostrou que se consegue o equilibrio local, cando as forzas que perturban un sistema non son grandes, son lineais e as súas propiedades non cambian bruscamente en distancias pequenas) (Moore, 1978).

Nos sistemas fóra do equilibrio poden xurdir regularidades e simetrías que contradín a idea dunha natureza desordenada. O quentamento dun vaso de auga é unha analoxía a considerar: 1º a auga é isotrópica á temperatura ambiente; 2º un lixeiro quentamento (hai gradiente de temperatura) deixa o fluído en repouso; 3º a auga comeza a moverse e fórmanse células de convección cando o quentamento é moderado; 4º o movemento da auga vólvese caótico cun quentamento alto; 5º un quentamento extremo produce un caos homoxéneo e recupérase a isotropía perdida. A reacción de Beloúsov-Zhabotinski (reacción entre o ácido malónico e bromatos, ademais doutros compoñentes) é o exemplo de oscilador químico non lineal, que proporciona un modelo químico dun fenómeno non en equilibrio (Rubí, 2009).

Tanto os estados de equilibrio coma algúns estados estacionarios son estables con respecto a perturbacións. Ilya Prigogine demostrou que podería haber varios estados estacionarios -de alta orde- en reaccións químicas acopladas, para unha relación fixa entre a primeira e a última substancia non correspondente ao equilibrio. E unha rexión local de orde que se mantén non é o que entendemos por un sistema vivo? Tal vez os sistemas químicos en estado estacionario orixinen fenómenos que poderían ser a clave do que chamamos vida.

Conclusións

1. Para aplicar a un proceso a definición operativa de Clausius da entropía resulta fundamental ter presente a distinción entre un proceso reversible e un irreversible.
2. Se ben é certo que en moitos procesos a entropía é sinónimo da desorde, non sempre está xustificada facer a identificación.
3. Habitualmente podemos prescindir da entropía xerada ao adquirir información sobre as magnitudes físicas dun sistema, o demo de Maxwell móstranos que non sempre sucede así.

4. A entropía do universo é un tema suxeito a discusión; en calquera caso, a entropía debe xeneralizarse e incluír os buratos negros se operamos con sistemas que inclúan a gravidade.
5. Cando se trata de aplicar a termodinámica aos seres vivos debe prestarse atención a que se trata de sistemas abertos; aos que debe aplicarse a termodinámica dos procesos irreversibles e non a habitual termodinámica do equilibrio.

Referencias

- Alonso, Marcelo e Finn, Edward (1976): “*Física: Fundamentos cuánticos y estadísticos*”, vol. III. Fondo Educativo Interamericano, México.
- Atkins, Peter e de Paula, Julio (2008): “*Química Física*”. Ed. Médica Panamericana, Madrid, 8ª edición, capítulo 3.
- Atkins, Peter e de Paula, Julio (2015): “¿Qué es la Química?”. Alianza, Madrid, capítulo 3.
- Bekenstein, Jacob (2003): “La información en el universo holográfico”, *Investigación y Ciencia*, outubro, 325: 36-43.
- Bennett, Charles (1988): “Demonios, motores y la segunda ley”, *Investigación y Ciencia*, xaneiro, 136: 60-68.
- Campbell, J. A. (1974): *¿Por qué se producen las reacciones químicas?*, Química moderna. Alianza, Madrid, pp.115-142.
- Carroll, Sean (2008): “El origen cósmico de la flecha del tiempo”. *Investigación y Ciencia*, agosto, 383: 18-25.
- Chas A. Egan, Chas A e Lineweaver, Charles H. (2010): “A Larger Estimate of the Entropy of the Universe”. *The Astrophysical Journal*, Volume 710, Number 2. ApJ 710 1825. DOI 10.1088/0004-637X/710/2/1825.
- Cuesta, José A. (2006): “La entropía como creadora de orden”, *Revista Española de Física*, decembro, vol. 20, no. 4, pp. 13-19.
- Hawking, Stephen (1977): “La mecánica cuántica de los agujeros negros”, *Investigación y Ciencia*, marzo, 6: 22-29.
- Holton, Gerald (1979): *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*. Barcelona, Reverté, pp. 548-553.
- Lineweaver, Charles H. (2014): Chapter 22. The Entropy of the Universe and the Maximum Entropy Production Principle. <https://www.mso.anu.edu.au/~charley/papers/Chapter22Lineweaver.pdf>
- Moore, Walter (1978): “*Química Física*”. Urmo, Bilbao, 2ª edición, pp. 108, 111-114, 116-120, 120-121, 415-426.
- Nelson, David e Cox, Michael (2019): “*Lehninger Principios Bioquímica*”. Séptima edición. Omega, España, pp. 51-53.
- Rubí, J. Miguel (2009): “El largo brazo de la segunda ley”, *Investigación y Ciencia*, febreiro, 389: 28-33.
- Weinberg, Steven (1984): *Los tres primeros minutos del universo*. Madrid, Alianza, pp. 56, 86-87.